

Diagonalisation et puissance de matrices

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ et $P = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer l'inverse de P .
2. Calculer le produit $D = P^{-1} \times A \times P$.
3. En déduire que $A = P \times D \times P^{-1}$.
4. **a.** Pour tout entier naturel non nul n , conjecturer une expression de D^n .
b. Démontrer cette conjecture par récurrence.
5. Exprimer alors A^n en fonction de n .